

ESTIMAÇÃO DE POSIÇÃO E VELOCIDADE DE ROBÔS MÓVEIS COM RESTRIÇÕES HOLONÔMICAS UTILIZANDO SENSORES DE FLUXO ÓPTICO E FILTRO ALFA-BETA.

LUCAS MOLINA^{1,2}, MATHEUS A. MOURA¹, ELYSON A. N. CARVALHO^{1,3}, EDUARDO O. FREIRE¹

¹ *Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Sergipe – DEL/UFS, São Cristóvão-SE, Brasil.*
E-mails: lmolina@ufs.br; mtmoural@hotmail.com.br; ecarvalho@ufs.br; efreire@ufs.br

² *Programa de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Rio de Janeiro – PEE/COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro-RJ, Brasil.*

³ *Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande – DEE/UFCG, Brasil.*

Abstract— This paper presents a state estimation system (position and velocity) of a mobile robot, using a low cost optical flow sensor with an α - β filter. The limitations of the sensor during the execution of distinct trajectories are presented, and the viability of its application in robots with holonomic restrictions is shown. The position information given by the optical flow sensor is incremental and of low resolution, which generates an error propagation in determining the position of the robot and makes the information about velocity unusable by a state feedback system. The use of α - β filter as a solution to these problems is proposed.

Keywords— State Estimation, Optical Flow Sensor, α - β filter, Odometry, Mobile Robots.

Resumo — Neste trabalho é apresentado um sistema de estimação de estados (posição e velocidade) de um robô móvel, utilizando um sensor de fluxo óptico de baixo custo juntamente com um filtro α - β . São apresentadas as limitações do sensor ao executar trajetórias distintas e comprovada a viabilidade de aplicação deste tipo de sensor para robôs com restrições holonômicas. A informação de posição disponibilizada pelo sensor de fluxo óptico é de baixa resolução e incremental, o que gera uma propagação de erro na determinação da posição do robô e inviabiliza a utilização da velocidade em uma realimentação de estado. A utilização do filtro α - β é proposta como uma solução para estes problemas.

Palavras-chave— Estimação de Estados, Sensor de Fluxo Óptico, Filtro α - β , Odometria, Robôs Móveis.

1. Introdução

As aplicações envolvendo robôs móveis autônomos vêm crescendo significativamente nos últimos anos. Um dos fatores que impulsionam esse crescimento é a grande diversidade de tarefas que podem ser executadas por estes tipos de robôs, graças à sua capacidade de locomoção, diferentemente dos manipuladores industriais. A utilização de robôs móveis vem crescendo em diversos setores, como, por exemplo, em segurança industrial, operações de resgate e tarefas cooperativas. A correta execução destas tarefas está estritamente ligada à percepção sensorial do robô na interação agente-ambiente, onde a posição e velocidade do robô em relação ao ambiente são essenciais para o correto funcionamento de um sistema de controle autônomo.

A variedade de estruturas mecânicas existentes atualmente para um robô móvel é fruto de anos de pesquisa nesta área. Dentre elas destacam-se os veículos terrestres, por sua maior aplicabilidade e entre estes uma maior atenção é dada aos robôs móveis com rodas, pela simplicidade eletro-mecânica quando comparados a outras estruturas.

A navegação destes veículos consiste em determinar uma função contínua que respeite suas restrições cinemáticas e evolua no tempo, segundo as restrições impostas pelo problema quanto à posição e orientação iniciais e finais e quanto à velocidade do movimento.

Nesse sentido, um dos grandes desafios da robótica é determinar com exatidão a localização de um robô móvel durante a sua operação. Existem diversos métodos para determinar a localização de robôs móveis. O mé-

do mais usado é a odometria, no qual as velocidades, linear e angular do robô, são integradas ao longo do tempo para determinar a sua posição (Carvalho-Filho et al., 2008).

Os sensores de fluxo óptico, encontrados em *mouses* ópticos, possuem a capacidade de informar o deslocamento executado por estes. Estes sensores foram utilizados em (Palacin et al., 2006; Bradshaw et al., 2007; Ng, 2003) para fornecer informações sobre o posicionamento do robô em relação ao ambiente. Entretanto, devido à sua natureza incremental o sistema de medição fornece apenas informações quantizadas sobre a posição do robô, o que aumenta o erro acumulado.

A informação de velocidade, essencial para o funcionamento do sistema de controle, não é disponibilizada por estes sensores, e sua obtenção não é abordada em (Palacin et al., 2006; Bradshaw et al., 2007). Além disso, a diferenciação da posição no tempo para a obtenção da velocidade fornece informações imprecisas sobre a mesma, comprometendo o funcionamento do sistema de navegação.

Sendo assim, neste artigo é proposto um sistema de estimação para contornar estes problemas.

A organização deste artigo é descrita a seguir. A Seção 1 é esta introdução. A Seção 2 é uma breve descrição do sensor e de seu funcionamento. Na Seção 3 o sensor é utilizado para medir o posicionamento de um robô móvel em relação ao ambiente e estimar a velocidade pelo método de diferenciação no tempo. Na Seção 4 é apresentado o método de estimação de posição e velocidade utilizando o filtro α - β . Os resultados obtidos com este método também são apresentados nesta seção.

Por fim são apresentadas as conclusões e possíveis trabalhos futuros na Seção 5, seguida dos agradecimentos e das referências bibliográficas utilizadas.

2. O Sensor de fluxo óptico

Problemas na determinação da posição de robôs móveis incluem os erros sistemáticos introduzidos pelos dispositivos mecânicos utilizados e erros não sistemáticos causados por terrenos irregulares, ou mesmo pelo escorregamento das rodas no chão, nos casos de terrenos de baixo atrito (Bonarini et al., 2004; Borenstein et al., 1996). Esse último é, em especial, bastante prejudicial para o caso da estimação de posição baseada em *encoders*, onde as medições são feitas no eixo do motor (ou da roda) independente dela deslizar ou não no chão.

O sensor existente no *mouse* óptico utiliza o fluxo óptico para a determinação do seu deslocamento. Posicionando corretamente este sensor em um robô móvel é possível determinar a posição do robô sem estar suscetível a erros devidos ao deslize das rodas no piso, por exemplo.

Inicialmente desenvolvidos em 1999 pela *Agilent Technologies*, estes *chips* possuem uma pequena câmera *CMOS* voltada para baixo (Figura 1), que captura imagens (16x16) que são então processadas no mesmo dispositivo (Palacin et al., 2006).

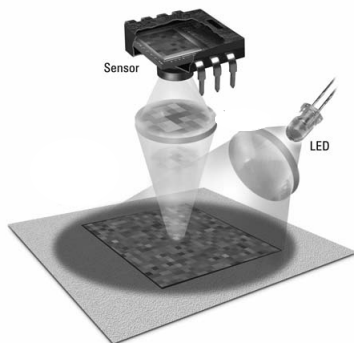


Figura 1. Ilustração do sensor de fluxo óptico utilizado neste trabalho.

Este sensor determina matematicamente a variação dos quadros capturados pela câmera, obtendo assim informações sobre o movimento realizado pelo dispositivo em relação ao ambiente.

Fluxo óptico é a distribuição bidimensional da velocidade aparente do movimento dos padrões de intensidade no plano da imagem e está associado a um campo de vetores velocidade, podendo ser convertido em vetores de deslocamento (Laureano et al., 2004). No caso do *mouse*, a informação que é disponibilizada pelo sensor é diretamente o deslocamento.

As imagens adquiridas são processadas utilizando um processador digital de sinal (*DSP*), localizado no mesmo circuito integrado que a câmera *CMOS*. Esse *DSP* calcula a variação de deslocamento em quadratura x e y (horizontal e vertical), fornecendo na saída do sensor uma informação incremental sobre o posiciona-

mento relativo entre os quadros captados pelo dispositivo *CMOS*.

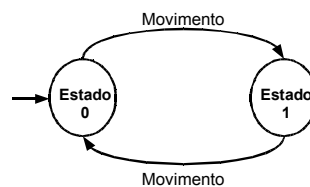


Figura 2. Autômato G cujo estado caracteriza a resposta do sensor ao movimento observado.

O sensor encontrado no *mouse* óptico apresenta três importantes características (Palacin et al., 2006; Bradshaw et al., 2007):

- A informação fornecida pelo sensor de fluxo óptico tem sua precisão diminuída ao medir deslocamento em superfícies refletoras e superfícies transparentes, o que resulta em erro na medição do fluxo óptico.
- Existe uma limitação de altura para o funcionamento do sistema baseado na estrutura do sensor do *mouse* óptico entre 2,3 e 2,5 mm do solo até o sensor.
- Baixo nível de erro associado às linearizações das equações feitas pelo *DSP* para obtenção dos deslocamentos equivalentes.

A informação de posição na saída do sensor é equivalente ao estado do autômato G apresentado na Figura 2 (*General description*, 2003) onde a mudança de estado desse autômato significa a ocorrência de deslocamento do sensor em relação à superfície. Quatro autômatos como este são utilizados para caracterizar o movimento do sensor no plano Cartesiano, dois para o movimento no eixo x (G_{xa} e G_{xb}) e outros dois para o movimento no eixo y (G_{ya} e G_{yb}). Os deslocamentos no eixo x e y calculados pelo sensor são desacoplados.

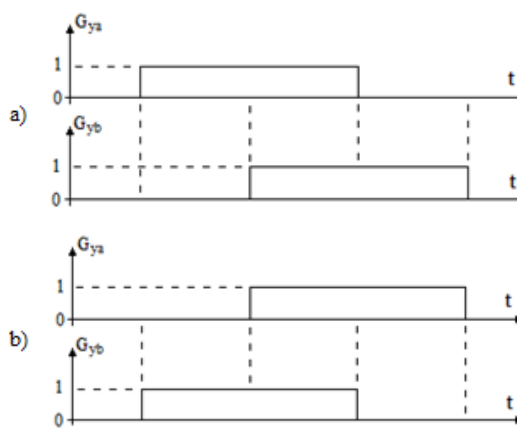


Figura 3. Trajetória do estado de G_{ya} e G_{yb} para um deslocamento em y com sentido: a) Positivo. b) Negativo.

O sentido do deslocamento na direção y é determinado pela relação entre as transições de estado de G_{ya} e G_{yb} . O deslocamento do sensor em um dado sentido adotado como positivo, gera uma mudança de estado em G_{ya} e depois a mesma mudança ocorre em G_{yb} (Figura 3.a). Para o mesmo deslocamento só que em sentido contrário, é observada uma mudança de estado, primeiro em G_{yb} , depois em G_{ya} (Figura 3.b). O mesmo vale

para o sentido do deslocamento no eixo x , só que com relação às transições de estado dos autômatos G_{xa} e G_{xb} . Essa defasagem possibilita determinar o sentido do deslocamento da plataforma móvel em relação ao ambiente.

A velocidade de deslocamento afeta diretamente o intervalo de tempo entre as transições de estado dos autômatos. Quanto mais rápido for o movimento do robô, menor será o tempo decorrido entre duas transições. Vale salientar que o intervalo entre as transições ocorridas em G_{xa} e G_{xb} é o mesmo, já que estes possuem o mesmo comportamento só que defasados a depender do sentido. O mesmo vale para G_{ya} e G_{yb} .

3. Estimação de posição e velocidade utilizando um sensor de *mouse* óptico (sensor de fluxo óptico).

Conforme explicado na Seção 2, a informação sobre o deslocamento do sensor é disponibilizada de forma discreta e incremental. Assim, a partir da contagem do número de transições de estados ocorrida em G_y e G_x , juntamente com as considerações a respeito do sentido do deslocamento (Seção 2), é possível calcular a magnitude do movimento efetuado pelo sensor e, consequentemente, a posição do robô no ambiente. Para tanto, é necessário estabelecer uma relação entre o número de transições observadas e o deslocamento em centímetros realizado pelo robô móvel.

3.1 Calibração do sistema de medição

Para calibrar corretamente o sensor é necessário avaliar a sua resposta em todas as possíveis situações às quais ele possa vir a ser submetido. Utilizando uma plataforma móvel, foram realizados diversos experimentos considerando apenas movimento linear, apenas movimento angular e a composição destes. Os resultados são apresentados a seguir.

3.1.1 Movimento apenas linear – Translação

Os movimentos com deslocamento apenas linear podem ser de quatro tipos: translação no eixo x (Figura 4.a), translação no eixo y (Figura 4.b), uma reta com translação em x e y (Figura 4.c) e uma circunferência (Figura 4.d). Em todos os casos a plataforma móvel foi deslocada somente linearmente, ou seja, sem rotação na mesma, como ilustrados na figura 4.

Foram realizados diversos experimentos nas quatro situações ilustradas. Os resultados obtidos para a contagem média de transições de estado observadas em cada uma das trajetórias são apresentados na tabela 1.

Tabela 1. Experimentos com translação.

Movimento	Transições x (n°)	Transições y (n°)	Distância x (cm)	Distância y (cm)
Figura 4.a	0	1826	0	100
Figura 4.b	1770	0	100	0
Figura 4.c	871	909	60	60
Figura 4.d	1084	1148	70	70

A partir dos resultados da tabela 1, é possível obter uma constante de calibração para cada eixo (x e y), apenas dividindo o somatório do número de transições observadas nos mesmos, pelo somatório das respectivas distâncias percorridas em centímetros. Os valores obtidos experimentalmente para estas constantes foram $K_x = 15,98$ Transições/cm e $K_y = 16,63$ Transições/cm.

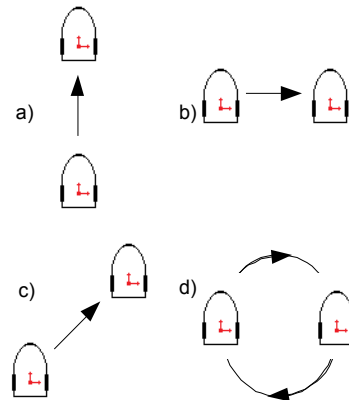


Figura 4. Movimento linear: a) Eixo x . b) Eixo y . c) Em diagonal. d) Em circunferência.

Com as constantes determinadas e a contagem de pulsos do sensor durante um movimento qualquer é possível obter a distância percorrida pelo mesmo em ambas as direções desacopladas e em centímetros.

3.1.2 Movimento apenas angular – Rotação

Nos experimentos realizados apenas com a rotação do sensor foram considerados os dois comportamentos possíveis: rotação no sentido horário (Figura 5.a) e rotação no sentido anti-horário (Figura 5.b).

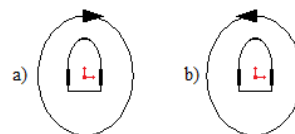


Figura 5. Movimento angular: a) Sentido horário. b) Sentido anti-horário.

Considerando uma rotação de 360° no sensor em ambos os sentidos, foram observadas em média 8 transições de estado em cada um dos eixos (x e y), o que evidencia a insensibilidade do sensor a movimentos puramente angulares, tornando a calibração do mesmo para esta situação desnecessária.

Isso se deve à baixa resolução das imagens capturadas e à proximidade do sensor do solo, o que impossibilita a percepção de movimentos deste tipo, quando o sensor está localizado no centro de rotação.

3.1.3 Movimento combinado – Em arco

Os movimentos combinados ocorrem quando existe deslocamento linear e angular ao mesmo tempo. Dois tipos de movimento compõem este conjunto: translação no eixo x e rotação no eixo y (Figura 6.a) e rotação no eixo x e translação no eixo y (Figura 6.b). Foram realizados experimentos em ambas as situações.

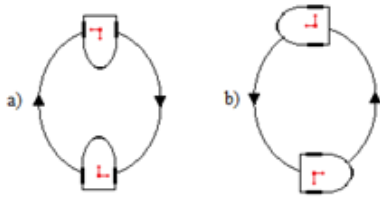


Figura 6. Movimento em arco: a) Translação no eixo x e rotação no eixo y . b) Translação no eixo y e rotação no eixo x .

Os resultados obtidos para a contagem média de transições de estado observadas em cada uma das trajetórias são apresentados na tabela 2.

Tabela 2. Experimentos com movimento composto.

Movimento	Transições x (n°)	Transições y (n°)	Distância x (cm)	Distância y (cm)
Figura 6.a	1778	7	185,34	0
Figura 6.b	6	1808	0	157,08

Comparando os resultados das tabelas 1 e 2 é possível notar uma diferença entre a quantidade de transições observadas para uma mesma distância percorrida pelo sensor. As constantes de conversão K_x e K_y , calculadas para os valores da tabela 2 são 9,6 e 11,5, respectivamente. Esses valores são bem menores que os obtidos através de movimentos puramente lineares, o que indica uma resolução muito menor na medição do sensor para este tipo de deslocamento, o que caracteriza a necessidade de uma calibração diferenciada nesses casos.

3.2 Restrições holonômicas

A calibração diferenciada do sensor para os movimentos em arco (Figura 6) faz necessário um método mais sofisticado para a conversão de número de transições de estado para centímetros. Entretanto, a depender do posicionamento do sensor no robô, este tipo de movimento não ocorrerá caso o mesmo possua restrições holonômicas, mais especificamente em robôs com tração diferencial (Figura 7). Para robôs com tração diferencial, o uso dos valores de K_y e K_x obtidos na seção 3.1.1 é suficiente para estimar o movimento do sensor.

Considerando ainda o posicionamento dos sensores (S_1 e S_2) indicados na Figura 7, é possível determinar o movimento do robô através apenas de uma composição dos movimentos observados no eixo y de cada um dos sensores, já que as restrições holonômicas apresentadas impossibilitam movimentos de translação no eixo x do mesmo.

3.3 Estimação direta de posição e velocidade

Nos experimentos que seguem, o sensor é submetido a movimentos considerando as restrições holonômicas citadas na seção 3.2, o que faz necessário somente a observação do deslocamento do sensor no eixo y .

Observando o sentido do movimento através da defasagem entre as transições de estado de G_{ya} e G_{yb} é possível estimar a posição relativa do sensor em relação a

sua posição de partida. O resultado obtido é apresentado na Figura 8.a.

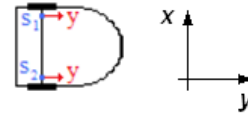


Figura 7. Robô com tração diferencial evidenciando o posicionamento dos sensores no robô.

Com a informação de posição (Figura 8.a) é possível estimar a velocidade de forma direta, utilizando o conceito de derivada como segue:

$$v(k) = \frac{y(k) - y(k-1)}{dt} \quad (1)$$

onde $y(k)$ e $y(k-1)$ são a posição atual e a anterior do robô, capturada pelo sensor e dt é o intervalo de tempo entre as amostras. A velocidade estimada através da equação 1, para o deslocamento apresentado na Figura 8.a, está ilustrada na Figura 8.b.

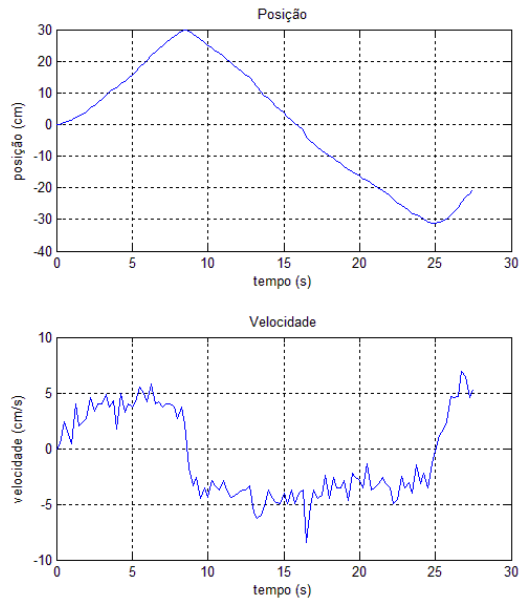


Figura 8. a) Posição estimada pelo método direto. b) Velocidade estimada pelo método direto.

4. Estimação de posição e velocidade utilizando o Filtro α - β .

A medição de posição obtida na Seção 3 possui um erro de quantização associado a ela devido à natureza discreta do sensor. Além disso, assim como nos *encoders* ópticos, tradicionalmente utilizados para estimar a posição do robô através de odometria, a informação de posição é incremental, o que gera um erro acumulado que aumenta proporcionalmente à duração do movimento.

Esses erros na determinação da posição são propagados e amplificados no cálculo da velocidade. O resultado é uma medição de velocidade muito sensível às variações abruptas de posição devido às limitações de reso-

lução do sensor, o que impossibilita a utilização dessa variável na realimentação de estados de um controlador, sem que se coloque em risco o desempenho do sistema de navegação.

No intuito de aumentar a confiabilidade da informação obtida na Seção 3 é proposta a utilização do filtro α - β como uma etapa de pós-processamento.

4.1 Filtro α - β

O filtro α - β é uma solução ótima do filtro de Kalman para processos estacionários em espaço de estados (Kalata et al., 1997). As equações são simplificadas em relação ao filtro de Kalman, pois no cálculo do modelo os seguintes parâmetros são considerados constantes (Kalata et al., 1997):

- Período de amostragem;
- Variância do ruído medido;
- Aceleração.

Considerando o deslocamento relativo entre o sensor e o ambiente descrito como $y(k)$ e supondo este deslocamento linear, as seguintes equações descrevem esse movimento.

$$y(k+1) = y(k) + T_0 v(k) + \frac{1}{2} T_0^2 w(k) \quad (2)$$

$$v(k+1) = v(k) + T_0 w(k) \quad (3)$$

Onde T_0 é período de amostragem e $w(k)$ é a aceleração desconhecida do movimento observado pelo sensor.

O deslocamento do sensor é observado a partir dos dados medidos pelo mesmo. Essas medidas podem ser modeladas pela equação:

$$z(k) = y(k) + n(k) \quad (4)$$

onde $n(k)$ é o ruído de medição, cuja distribuição deve poder ser modelada por uma gaussiana para garantir a otimalidade da estimação.

Considerando o caso específico deste trabalho, as equações do filtro α - β utilizadas são apresentadas a seguir:

Equações do Movimento Linear:

$$y(k+1) = y(k) + T_0 v(k) \quad (5)$$

Medição:

$$z(k) = y(k) + n(k) \quad (6)$$

Predição:

$$\hat{y}(k+1|k) = \hat{y}(k|k) + T_0 \hat{v}(k|k) \quad (7)$$

Estimação:

$$\hat{y}(k+1|k+1) = \hat{y}(k+1|k) + A \quad (8)$$

$$\hat{v}(k+1|k+1) = \hat{v}(k|k) + B \quad (9)$$

onde:

$$A = \alpha(y_c(k+1) - \hat{y}(k+1|k)) \quad (10)$$

$$B = \frac{\beta}{T_0} (y_c(k+1) - \hat{y}(k+1|k)) \quad (11)$$

De acordo com (Kalata et al., 1997), o índice Λ é dado por:

$$\Lambda^2 = \frac{\beta^2}{1 - \alpha} \quad (12)$$

A relação ótima entre os parâmetros α - β é obtida pela equação:

$$\beta = 2(2 - \alpha) - 4\sqrt{1 - \alpha} \quad (13)$$

Combinando as equações 12 e 13, os valores ótimos dos parâmetros α - β podem ser obtidos explicitamente em termos de Λ , através das equações 14 e 15 que seguem:

$$\alpha = \frac{-(\Lambda^2 + 8\Lambda - (\Lambda + 4)\sqrt{\Lambda^2 + 8\Lambda})}{8} \quad (14)$$

$$\beta = \frac{\Lambda^2 + 4\Lambda - \Lambda\sqrt{\Lambda^2 + 8\Lambda}}{4} \quad (15)$$

4.2 Estimação utilizando Filtro α - β

Aplicando o filtro α - β aos dados do experimento demonstrado na Figura 8, são obtidas as curvas de posição e velocidade ilustradas nas Figuras 9.a e 9.b, respectivamente. Através da análise dos gráficos da Figura 9 é possível observar a eficiência do processo de estimação utilizando o filtro α - β , principalmente no que diz respeito à velocidade, cuja variância do erro de medição diminuiu consideravelmente.

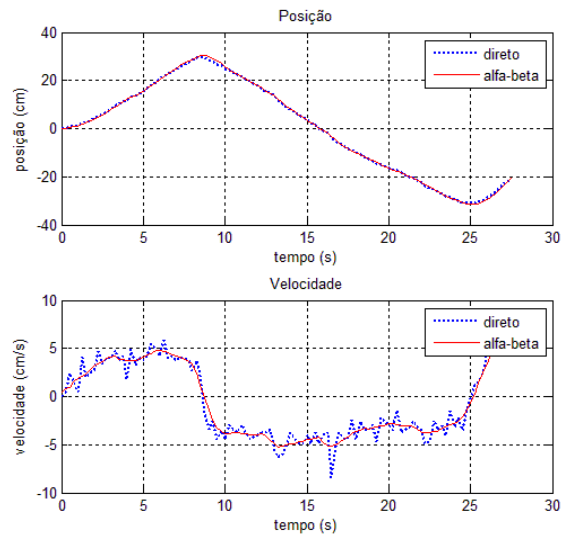


Figura 9. a) Posição estimada pelo método direto e filtro α - β .
b) Velocidade estimada pelo método direto e filtro α - β .

Um resultado semelhante ao apresentado na Figura 9 pode ser observado também na Figura 10, onde todo o experimento é repetido para uma trajetória com mais oscilações nas grandezas estimadas.

6. Conclusões e trabalhos futuros

Neste trabalho foi apresentado um método de medição e estimação de posição e velocidade, utilizando o sensor de fluxo óptico presente nos *mouses* comerciais. O funcionamento do sensor foi exaustivamente verificado para todas as possíveis formas de deslocamento para as quais ele pudesse ser submetido (Figuras 4, 5 e 6), com o intuito de obter uma calibração adequada para o sensor utilizado. Um dos resultados mais importantes obti-

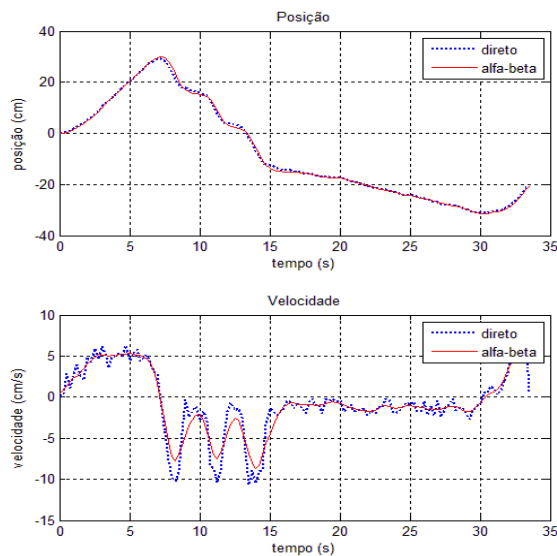


Figura 10. a) Posição estimada pelo método direto e filtro α - β .
b) Velocidade estimada pelo método direto e filtro α - β .

dos através destes experimentos é a pequena diferença entre a contagem de transições de estado observada para uma mesma distância, o que permitiu a obtenção de K_x e K_y , para movimentos lineares (Figura 4), que convertem diretamente o número de transições de estados em centímetros através de uma simples divisão (Seção 3).

Contudo, o método proposto como alternativa de baixo custo ao uso de *encoders* convencionais apresentou resultados com alta variância para o ruído de estimação de velocidade (Figura 8). Nesse contexto, o Filtro α - β é apontado como uma solução ótima no sentido da minimização da variância do ruído de medição. Após a etapa de pós-processamento utilizando o estimador ótimo (Figuras 9 e 10), pode ser observada uma atenuação considerável nesse ruído, que se não tratado corretamente, poderia comprometer o desempenho de um sistema de controle quando essas variáveis fossem utilizadas como realimentação de estado.

Entretanto, o sensor apresentou uma resolução diferenciada para os casos de movimento composto por translação e rotação, o que impossibilita o uso de K_x e K_y em robôs sem restrições holonômicas. Como trabalho futuro, é proposto o desenvolvimento de uma estratégia de decisão para determinação do tipo de movimento executado pelo robô (translação, rotação ou arco), e partir desta informação escolher as constantes de conversão mais adequadas.

Todos os experimentos foram realizados com apenas um sensor estimando a posição e a velocidade na direção y , pois com esta informação, proveniente de dois sensores dispostos como ilustrado na Figura 7, é possível determinar facilmente o deslocamento, orientação e as velocidades linear e angular de um robô como um todo (Freire, 2002). Entretanto, a adequação de um robô para carregar um par de sensores como este, não é trivial e requer certa precisão no posicionamento dos mesmos para garantir a confiabilidade dos dados. Como um segundo trabalho futuro é proposto o estudo da propagação das incertezas de posicionamento do sensor no robô móvel nos dados obtidos por eles.

Para o caso de robôs sem restrições holonômicas o estudo do número de sensores a utilizar para melhor definir as trajetórias realizadas por ele e o posicionamento relativo entre estes sensores também é um trabalho a ser considerado posteriormente.

Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer ao CNPq, à CAPES e ao CENPES/PETROBRAS pelo suporte financeiro e aos colegas pesquisadores do Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Sergipe que contribuíram com este trabalho.

Referências Bibliográficas

- Bonarini, A.; (2004) A Kinematic-independent Dead-reckoning Sensor for Indoor Mobile Robotics. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Japão.
- Borenstein, J.; Everett, H. R.; Feng, L. (1996) Where am I? Sensors and Methods for Mobile Robot Positioning.
- Bradshaw, J.; (2007) On the Development of an Enhanced Optical *Mouse* Sensor for Odometry and Mobile Robotics Education. 39th Southeastern Symposium on System Theory. Annapolis.
- Carvalho-Filho, J. G. N.; Carvalho, E. A. N.; Molina, L.; Freire, E. O.; Luciano, Benedito, L. A.. (2008) "High Resolution Analogical Measurement of the Angular Velocity of a Motor Using a Low Resolution Optical Encoder". Robocontrol'08.
- Freire, E. O. (2002) Controle de Robôs Móveis por Fusão de Sinais de Controle Usando Filtro de Informação Descentralizado. PhD thesis.
- Gamarra, Daniel F. T. (2008) Controle da Navegação de um Robô Móvel em um Corredor com Redundância de Controladores.
- General description.(2003). PAN101B CMOS Optical Navigation Sensor. Pixart Imaging INC.
- Kalata, P. R.; Murphy, K. M. (1997) Alpha-Beta Target Tracking and Track Rate Variations. Proc. of the 29th Southeastern Symposium on System Theory, p. 70-74.
- Kim, S.; Jeong, I.; Lee, S. (2007) Mobile Robot Velocity Estimation Using an Array of Optical Flow Sensors. International Conference on Control, Automation and Systems.
- Laureano, G. T.; De Paiva, M. S. V. (2004) Detecção de Obstáculos Utilizando Fluxo Óptico em Sequências de Imagens.
- Ng, T.W. (2003) The optical *mouse* as a two-dimensional displacement sensor, Sensors and Actuators A, vol. 107, pg. 21-25.
- Palacin, J.; Valgañón, I.; Pernia, R. (2006) The optical *mouse* for indoor mobile robot odometry measurement. *Sensors and Actuators A*, vol. 126, pg. 141-147.
- Thakoor, Sarita, et al (2004) Insect-Inspired Optical-Flow Navigation Sensors; NASA's Jet Propulsion Laboratory.